6. Беспалов М. С. *Мультипликативные преобразования Фурье в* L^p // Теория функций и приближений. Тр. Саратовск. зимней шк., Ч. 2. – Саратов: Изд-во СГУ, 1983. – С. 39–42.

7. Голубов Б. И., Ефимов А. В., Скворцов В. А. *Ряды и преобразования Уолша.* – М.: Изд-во URSS/ЛКИ, 2008. – 346 с.

8. Голубов Б. И. *Элементы двоичного анализа.* – М.: Изд-во URSS/ЛКИ, 2007. – 203 с.

9. Golubov B. I. *On some properties of fractional dyadic derivative and integral* // Analysis Math. – 2006. – V. 32. – No 3. – P. 173–205.

10. Wagner H. J. *On dyadic calculus for functions defined on* $\mathbb{R}_+$ // Proc. Symp. "Theory and applications of Walsh functions". – Hatfield Polytechnic, 1975. – P. 101–129.

Е. Г. Григорьева

Волгоград, e_grigoreva@mail.ru

ОБ ОДНОМ НЕРАВЕНСТВЕ СОБОЛЕВА В ФИНСЛЕРОВОЙ МЕТРИКЕ

Пусть $D \subset \mathbf{R}^n$ — область и $\Phi(x,\xi) : D \times \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}$ — неотрицательная непрерывная функция, однородная и выпуклая по переменной ξ. Предположим, что для $x \in D$ множества $\Xi(x) = \{\xi \in \mathbf{R}^n \ : \ \Phi(x,\xi) \leqslant 1\}$ локально равномерно ограничены.

Обозначим через $H(x,\eta) = \sup_{\xi \in \Xi(x)} \langle \eta, \xi \rangle$ двойственную функцию для множества $\Xi(x)$.

Определим в D *финслерову метрику*

$$d(x,y) = \inf \int_\gamma H(x,dx), \quad \forall x,\, y \in D,$$

где точная нижняя грань берется по всем локально спрямляемым путям $\gamma \subset D$, соединяющим точки $x, y \in D$.

Пусть $\sigma : D \to \mathbf{R}$ — неотрицательная измеримая функция. Для любого множества $E \subset D$ определим *весовую меру* μ множества E равенством $|E|_\mu = \int\limits_E d\mu$, $d\mu = \sigma(x)dx$. Обозначим среднее значение L^1-функции $u = u(x)$ на множестве E через u_E.

Для формулировки теоремы сделаем два дополнительных предположения.

1) Пусть $x_0 \in D$ — произвольная точка и $B_R = B(x_0, R) = \{x \in D : d(x, x_0) < R\}$ — шар в метрике $d(x, y)$ с центром x_0 радиуса R. Предположим, что постоянная

$$C_1 = \sup_{x \in B_R} \sup_{\xi \in B(x,\epsilon)} \sup_{\epsilon > 0} \frac{1}{\epsilon} \int_{B(x,\epsilon)} \frac{d\mu}{d^{n-1}(y, \xi)} < +\infty. \tag{1}$$

2) Для любой функции $u \in W^{1,1}(B_R)$ найдется измеримая локально ограниченная в D функция $C_2(x)$, такая, что

$$|u(x) - u_{B_R}| \leqslant \frac{C_2(x)}{|B_R|_\mu} \int\limits_{B_R} \frac{\Phi(y, \nabla u(y))}{d^{n-1}(x, y)} d\mu. \tag{2}$$

Теорема. *Если справедливы предположения* (1) *и* (2), *то для всех точек* $x_0 \in D$, *всех шаров* $B_R = B(x_0, R) \subset D$ *и для всех функций* $u = u(x) \in W^{1,1}(B_R)$ *справедливо неравенство*

$$\left[\int\limits_{B_R} |u(x) - u_{B_R}|^{\frac{n}{n-1}} d\mu\right]^{\frac{n-1}{n}} \leqslant \frac{C_3}{|B_R|_\mu^{1-\frac{1}{n}}} \int\limits_{B_R} \Phi(x, \nabla u(x)) d\mu,$$

где

$$C_3 = \left[C_1 \cdot 2^{1+n/(n-1)} \omega_{n-1} \sup_{x \in B_R} C_2(x)\right]^{\frac{n-1}{n}}.$$

Постоянная C_3 не зависит от области в случае, когда $\Phi(x,\xi) = |\xi|$, $\sigma(x) \equiv 1$. Теорема остается справедливой, если $d(x,y) = |x-y|$, причем от предположения (2) можно отказаться. Доказательство теоремы основано на получении изопериметрического неравенства для финслеровой метрики.

О. Н. Григорьева

Казань, OlgaGrigorjeva@yandex.ru

СПЛАЙН-МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ДРОБНО-ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

Рассматриваются уравнения с выделенной слабой сингулярностью в виде дробного интеграла Вейля

$$Ax \equiv x(t) + I_{\pm}^{(\alpha)}(x,t) + \int_0^{2\pi} h(t,\tau)x(\tau)d\tau = f(t), \qquad (1)$$

где $x(t)$ — искомая функция, $I_{\pm}^{(\alpha)}(x,t)$ — дробный интеграл Вейля от функции $x(t)$ (см., например, [1]), $f(t)$ и $h(t,\tau)$ — известные 2π-периодические функции.

Поскольку уравнение (1) точно не решается, то для его решения необходимо разработать различные приближенные методы. Ниже задача (1) решается методом сплайн-коллокаций (см., например, [2]) на основе сплайнов первого порядка.

Введем сетку узлов

$$t_k = \frac{2k\pi}{2n+1}, \quad k = \overline{-n,n}. \qquad (2)$$

Приближенное решение уравнения (1) будем искать в виде 2π-периодического сплайна

$$x_n(t) = \sum_{k=-n}^{n} \alpha_k \varphi_k(t), \quad -\infty < t < \infty, \qquad (3)$$